SCUOLA DI FISICA
"Giordano Bruno"

www.scuoladifisica.it

Dott. Luciano Buggio

San Polo 2423
30125 VENEZIA
Tel. 041-719890

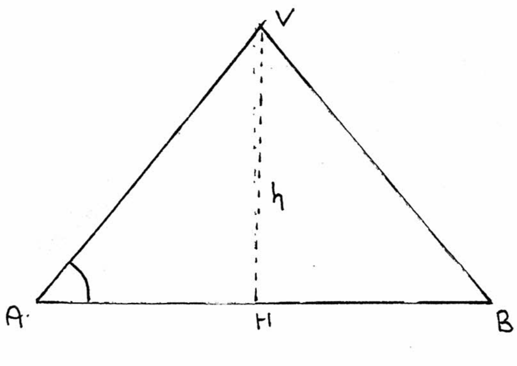
LA PIRAMIDE DI CHEOPE:
PI GRECO O SEZIONE AUREA?

Le proporzioni di una piramide a base quadrata sono univocamente determinate una volta dato un solo rapporto, tra due suoi elementi, per esempio tra l'altezza ed il lato di base.
Si sente spesso dire che tale rapporto ha a che fare con pi greco (π), ma altrettanto spesso che ha a che fare con la sezione aurea (Φ).
Sono possibili le due interpretazioni semplicemente perchè i valori del rapporto (per esempio tra l'altezza ed il lato di base) che risultano dalle due diverse ipotesi sono quasi identici, differendo dell'ordine di una parte su mille.
Se è vero quanto affermato più sopra, però, solo una delle due interpretazione può essere adottata: se il rapporto ha a che fare con π è escluso che abbia a che fare con Φ e viceversa.
Si potrebbe concludere però che chi ha costruito la Piramide, affascinato proprio dalla quasi coincidenza dei due rapporti, abbia voluto adottare delle misure corrispondenti al valore medio; abbia voluto cioè rappresentarli entrambi attraverso la loro media aritmetica.

Ma si può fare un'ipotesi ancora più affascinante, che tra l'altro, come vedremo, include anche quella appena ventilata: la piramide di Cheope è stata progettata e costruita in parte tenendo conto di π, in parte tenendo conto di Φ.
I due diversi valori del rapporto altezza - lato di base ci sono entrambi.
Cade però, così, l'assunto iniziale che la base sia un quadrato perfetto.

1) - DETERMINAZIONE DEL RAPPORTO ALTEZZA-LATO IN BASE A π.

In base a questa interpretazione l'altezza della Piramide sta con il perimetro della base nello stesso rapporto in cui il raggio di un cerchio sta con la circonferenza. E' l'interpretazione di Erodoto.
Tale rapporto è 2 π e quindi, rispetto al singolo lato, risulta diviso per 4.



Nella figura è rappresentata la sezione della Piramide condotta per il vertice lungo l'altezza e parallela ad un lato di base.
Chiamata h l'altezza della Piramide e AB il lato di base avremo: $\overline{AB} = h \cdot \frac{\pi}{2}$

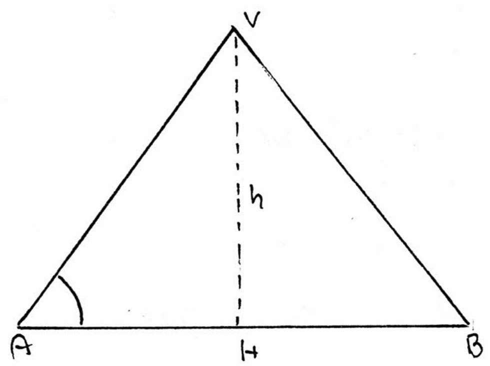
$$\overline{AB} = h \cdot 1{,}570796327.... \qquad (1)$$

In questa ipotesi l'angolo $V\hat{A}H$ vale $\arctan \frac{4}{\pi}$

$$V\hat{A}H = 51{,}85397401....°$$

2) - DETERMINAZIONE DEL RAPPORTO ALTEZZA-LATO IN BASE ALLA SEZIONE AUREA.

In base a questa diversa interpretazione metà del lato di base è in rapporto aureo con l'altezza del triangolo in cui consiste ciascuna delle quattro facce.



Essendo $\Phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

si avrà : $\overline{AH} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \cdot \overline{AV}$

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo AHV otterremo il nuovo rapporto tra l'altezza ed il lato di base: $\overline{AB} = 2h\sqrt{\Phi}$

$$\overline{AB} = h \cdot 1.572302756... \qquad (2)$$

In questa seconda ipotesi l'angolo $V\hat{A}H$ vale arccos Φ

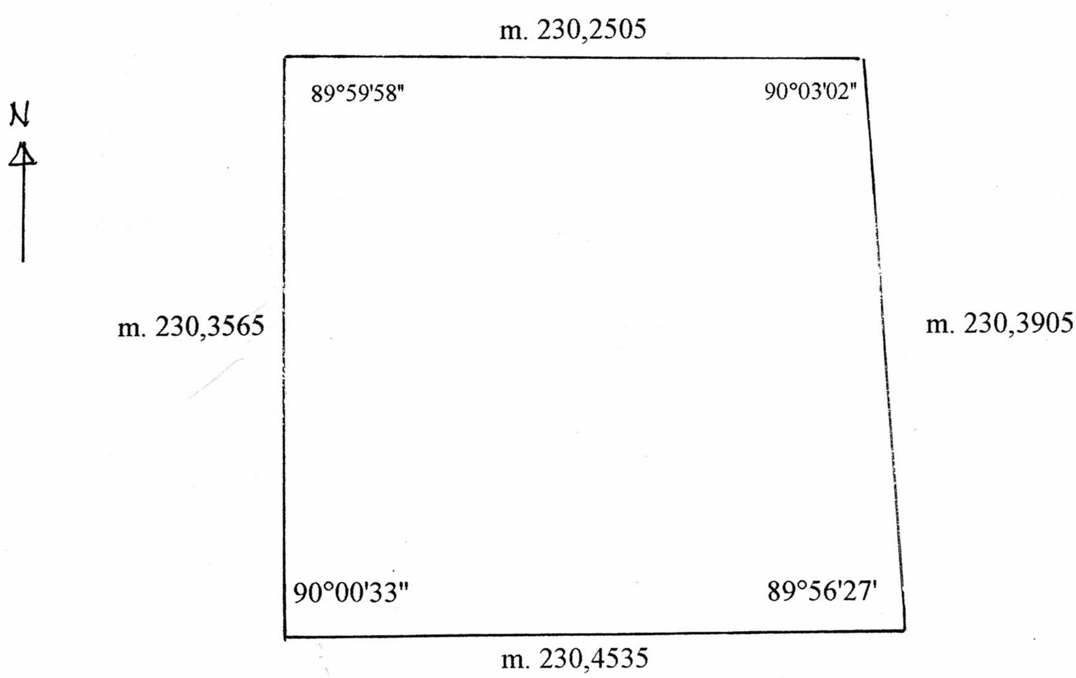
$$V\hat{A}H = 51.82729237...°$$

Come si era anticipato, la differenza, sia tra i due rapporti che tra i due angoli, è dell'ordine di una parte su mille.

3) - LE MISURAZIONI EMPIRICHE EFFETTUATE SULLA PIRAMIDE.

a) - *I lati della base.*

Le misure più accurate della base della Piramide sono state effettuate da I.E.S. Edwards (*The Pyramids of Egypt).* In "Il segreto di Cheope" (Giacobbo e Luna, ed. Newton & Compton, 1998) misurazioni attribuite al giornalista inglese Graham Hancock risultano troppo identiche a quelle di Edwards per essere ritenute indipendenti: differiscono per frazioni di centimetro. Riportiamo comunque queste ultime.



La figura che riproduce in pianta la Piramide è stata esagerata per evidenziare le differenze: inoltre prescinde da una leggera deviazione rispetto all'orientamento nord-sud, dovuta, pare, alla deriva dei continenti.
Il lato nord è più corto di quello sud di 20,3 centimetri: quello ovest più corto di quello est di 3,60 centimetri. La base della Piramide è meglio assimilabile, visti anche gli angoli, ad un trapezio retto (cioè con uno dei due angoli alla base di 90°). Infatti l'angolo nord-ovest è minore dell'angolo retto di soli 2 secondi d'arco, e quello sud-ovest maggiore di quello retto di soli 33 secondi. Più cospicue sono, conseguentemente, vista la differenza di lunghezza tra le basi del trapezio, le deviazioni da 90° degli angoli nord-est e sud-est, supplementari, deviazioni di più di tre primi: per il primo, ottuso, in aggiunta, per il secondo, acuto, in sottrazione.

b) - *L'altezza.*

Nel contesto in cui ho trovato le accuratissime misure della base, non v'era un dato altrettanto preciso per l'altezza della Piramide. E' evidente però che quando si effettua una misurazione orizzontale e la si chiama "misura della base", si stabilisce che la *quota* alla quale si opera sia quella dalla quale, verso l'alto, si computa l'altezza. E' difficile stabilire quale sia oggettivamente questo livello, il livello fondante: nella sabbia si può scavare a volontà entro ampi e incerti limiti continuando a trovare muratura: tale livello viene solitamente collocato ad una quota alla quale corrisponda un'altezza di 145 -147 metri. Sta di fatto però che una volta effettuate delle misure orizzontali ad una arbitraria quota, come quelle sopra riportate, ne consegue inequivocabilmente una distanza da quella quota al vertice della Piramide, distanza che viene chiamata "altezza" in base alla stessa convenzione con cui si è chiamata "base" la quota orizzontale scelta.

Noi ora ipotizzeremo che, viste le misure empiriche che abbiamo della base, tale altezza sia di 146,58 metri. E' evidente peraltro che tale assunzione rappresenta anche una predizione: le misurazioni empiriche fatte dell'altezza sulla base della quota scelta per la misurazione dei lati dovranno fornire tale risultato.

4) - LA MISURA DEL LATO DI BASE DELLA PIRAMIDE SECONDO π E SECONDO Φ.

Sostituendo il valore assunto per h nella formula (1) si otterrà la misura del lato di base nell'ipotesi che i costruttori abbiano inteso applicare π.

$\overline{AB}$ = m.146,58 x 1,570796327...= **m. 230,247**...

Sostituendo invece il valore assunto per h nella formula (2) si otterrà la misura del lato nell'altra ipotesi, quella della sezione aurea.

$\overline{AB}$ = m.146,58 x 1,572302756...= **m. 230,468...**

Le due misure differiscono tra loro di 22 centimetri.
La differenza tra il lato nord ed il lato sud della piramide di Cheope, secondo le misurazioni fatte, è di 20,3 centimetri.

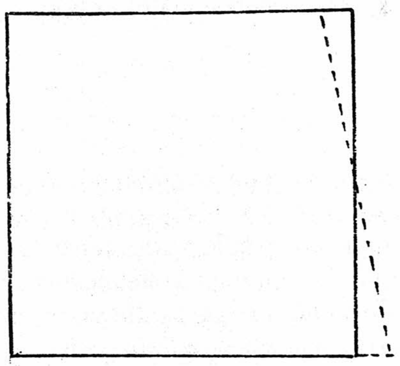
Inoltre la media aritmetica tra le due misure teoriche dà:

(m. 230,247 + m.230,468) : 2 = **m. 230,357**

che coincide con la misura empirica del lato ovest della Piramide, rilevata in m. 230, 3565.

5) - CONCLUSIONI.

Si può formulare quindi la ragionevole ipotesi che la base della piramide di Cheope (ovvero qualsiasi sua sezione orizzontale) sia, nelle intenzioni stesse dei suoi costruttori, un trapezio retto, in cui la base maggiore (lato rivolto verso sud) vale $2h\sqrt{\Phi}$ (dove h è la distanza della detta sezione dal vertice), la base minore (lato rivolto verso nord) vale $h \cdot \pi/2$, e l'altezza è la media aritmetica delle misure delle due basi.



Per inciso, visto che la semisomma delle basi è uguale all'altezza, l'area della base della piramide, cioè l'area del trapezio, è uguale all'area del quadrato del lato ovest, cioè del quadrato dell'altezza del trapezio.

Si assume, in questa ipotesi, che le piccolissime differenze tra valori teorici e valori misurati, differenze dell'ordine di una parte su un milione, siano effetto più o meno combinato di errori del costruttore, errori del misuratore e azioni erosive e deformanti nel corso dei molti millenni.

Non esiste oggi, mi pare, uno studio teorico sulle anomalie delle misure della base della Piramide rispetto al quadrato perfetto, ed i dati stessi sono scarsamente noti. Lo testimonia il fatto che in alcuni testi divulgativi (come "I perchè della Piramide" di N.D.Vigoleno - Demetra), anche dove si rileva che non si tratta di un quadrato perfetto, si trova l'affermazione che la base è leggermente rettangolare, attribuendo la più cospicua differenza a lati adiacenti.
Della differenza di circa 20 centimetri misurata tra il lato nord ed il lato sud, differenza che è dell'ordine di una parte su mille, rileva, nell'interpretazione corrente, la piccolezza, non il fatto che ci sia e che possa essere significativa. Si trova nel testo citato di Giacobbo e Luna:
"...I lati della Piramide sono costruiti con un margine di errore di un millesimo, un risultato di gran lunga inferiore a quello che si esigerebbe da architetti moderni, poniamo, nella costruzione di un palazzo di medie dimensioni destinato ad uffici."
Gli architetti che progettarono e costruirono la Grande Piramide dovevano effettivamente avere una perizia superiore molto più di quel che si pensa, almeno mille volte di più, a quella degli architetti nostrani: d'altronde, se erano capaci di connettere i blocchi di pietra in modo che non restasse spazio per il passaggio di un capello, quindi di squadrarli così perfettamente, non si capisce perchè dovessero commettere errori grossolani dell'ordine di decine di centimetri, sia pure su distanze di centinaia di metri.
Inoltre gli errori normalmente sono distribuiti secondo la campana di Gauss, sono cioè simmetrici rispetto alla media, che è il valore corretto, solo se le prove sono nel numero di un campione rappresentativo: e tre prove non lo sono. Voglio dire che "l'errore" (vistoso) all'angolo nord est compensa perfettamente "l'errore" all'angolo sud est, e che gli altri due angoli non hanno praticamente errori. Lo stesso dicasi per le misure dei lati. E' assolutamente non normalizzabile in termini di distribuzione casuale che il lato ovest abbia una misura che è la media aritmetica tra due "errori", uguali quindi in modulo, il difetto del lato nord, e l'eccesso del lato sud.

Concludendo, alla domanda: "π o Φ ?" si risponde: "Tutt'e due".

Luciano Buggio

Venezia, 1 febbraio 1999